

Інструктивно-методичні
матеріали для виконання
самотійних робіт

з дисципліни

«Чисельні методи»

ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 121

«ІНЖЕНЕРІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ»

Розробив: Ланська С.С.

Розглянуто та схвалено

на засіданні циклової комісії

програмної інженерії

Протокол № 4 від 17.11.2021 р.

Голова комісії _____ Ланська С.С.

План самостійного вивчення теми № 1

з навчальної дисципліни «Чисельні методи»

Тема Десятковий запис наближених чисел. Значуща цифра числа. Вірна значуща цифра. Округлення чисел. Дії з наближеними числами.

Мета Знати основні правила запису наближених чисел, поняття значущої цифри числа, правила заокруглення чисел та дії з наближеними числами.

знати: правила заокруглення чисел та похибки, які виникають при виконанні арифметичних дій над наближеними числами.

вміти: заокруглювати числа та оцінювати якість вимірювання похибки

Час – 2 години

Навчальні питання:

1.1 Десятковий запис наближених чисел.

1.2 Значуща цифра числа. Вірна значуща цифра.

1.3 Округлення чисел. Дії з наближеними числами.

Навчальні матеріали до самостійного вивчення теми

1.1 Десятковий запис наближених чисел.

Доцільно встановити такий спосіб запису, який дозволив би за десятковим записом числа визначити граничну абсолютну похибку наближення.

Кожне число a , записане в десятковій системі числення, можна представити в наступному вигляді $a = a_0 \cdot 10^p$. Наприклад, $12345 = 12,345 \cdot 10^3 = 123,45 \cdot 10^2 = 123450 \cdot 10^{-1}$. Бачимо, що представлення числа в такому вигляді не є єдиним. Звичайний запис числа називають природною або фіксованою формою, а запис у вигляді $a = a_0 \cdot 10^p$ – плаваючою формою, або формою з плаваючою комою.

Якщо для множника a_0 виконується нерівність $|a_0| < 1$, то отримують, так звану, нормальну форму запису. В цьому випадку множник a_0 називається мантисою, а показник степеня p – порядком числа a . Зауважимо,

що запис числа в нормальній формі теж не є єдиним. Наприклад, число 12,3 в нормальній формі запишеться $0,123 \cdot 10^2 = 0,0123 \cdot 10^3$. Нормальна форма запису числа, в мантисі якої першою після коми є відмінна від нуля цифра, називається нормалізованою. Представлення числа у цій формі єдине.

На практиці найчастіше використовують іншу форму запису числа. Якщо множник a_0 задовольняє подвійну нерівність $1 \leq |a_0| < 10$, то отримують, так звану, стандартну форму запису. Представлення числа в цій формі теж єдине. Наприклад, $123 = 1,23 \cdot 10^2$.

1.2 Значуща цифра числа. Вірна значуща цифра.

Значущі цифри. Правильні значущі цифри. Насамперед введемо деякі ключові поняття теорії наближених обчислень.

Значущими цифрами наближеного числа називають всі його цифри, починаючи з першої зліва ненульової цифри, причому крайні справа нулі є значущими тільки в тому випадку, коли відомо, що одиниць відповідного розряду в даному числі немає.

Наприклад, в наближених числах 19;5; 0;0213; 0;205; 0;00796; 0;800 по три значущі цифри (вони виділені). В останньому випадку вважається, що крайні справа нулі означають відсутність одиниць відповідних розрядів.

В числі 250 ± 5 є дві значущі цифри 2 і 5. Останній нуль не є значущим, бо він замінює невідому цифру одиниць.

Значуща цифра α в десятковому записі наближеного значення числа називається правильною в широкому сенсі (розумінні), якщо абсолютна похибка наближення не перевищує одиниці того розряду, якому належить цифра α .

Наприклад, нехай $x = 1,743 \pm 0,01$. Одиниця розряду, якому належить цифра 3 є 0,001 і $0,001 < 0,01$, тому 3 не є правильною цифрою в широкому сенсі. Для цифри 4: одиниця розряду 0,01 і $0,01 \leq 0,01$, тому 4 правильна цифра в широкому сенсі. Легко бачити, що 1 і 7 теж будуть правильними цифрами.

Значуща цифра α в десятковому записі наближеного значення числа називається правильною в строгому сенсі (розумінні), якщо абсолютна похибка наближення не перевищує половини одиниці того розряду, якому належить цифра α .

Нехай $x=4,79\pm0,03$. Перевіримо на правильність цифру 9: половина одиниці розряду $\frac{1}{2}*0,01=0,005$ і $0,005<0,03$, тому цифра 9 не є правильною в строгому сенсі. Для цифри 7: $\frac{1}{2}*0,1=0,05$ і $0,05>0,03$, тому 7 – правильна в строгому сенсі. Зрозуміло, що 4 теж правильна.

Цифри в записі наближеного числа, які не є правильними, називаються сумнівними, і на письмі підкреслюються, наприклад, 3;945.

Очевидними є наступні твердження:

- всі значущі цифри наближеного числа, що стоять зліва від правильної є правильними;

- всі значущі цифри наближеного числа, що стоять справа від сумнівної є сумнівними.

Термін “правильна цифра” не слід сприймати буквально, оскільки правильна цифра може і не співпадати з цифрою відповідного розряду точного значення числа. Нехай $x=3,142\pm0,0001$ – наближене значення числа $\pi=3,1415\dots$, всі цифри числа 3,142 є правильними в строгому сенсі, проте цифра 2 не співпадає з відповідною цифрою точного числа.

Якщо наближене число закінчується правильними значущими нулями, які стоять після коми, то ці нулі відкидати не треба. Наприклад, якщо $\alpha=7,1$ і відомо, що $\Delta_\alpha=0,0005$, то слід писати $\alpha=7,100$; якщо $\alpha=123$ і $\Delta_\alpha=0,005$, то $\alpha=123,00$. Зрозуміло, що в записі точних чисел ці нулі можна опустити.

Складніша справа з цілими числами. Зрозуміло, що опускати нулі в цілих числах не можна. Як тоді відрізнити, які нулі є правильні, а які сумнівні? Поступають наступним чином: цілі числа, які закінчуються сумнівними нулями, записують у формі з плаваючою комою, причому в мантисі залишають лише правильні цифри. Наприклад, нехай $x=74132\pm50$, тобто $x\approx74100$. Але оскільки два останні нулі є сумнівними цифрами, то слід писати $x\approx7.41\cdot10^4$, тобто в цьому числі є 3 правильні значущі цифри.

1.3 Округлення чисел. Дії з наближеними числами.

Заокруглення чисел. Ця операція зводиться до заміни точного числа наближеним або наближеного числа іншим наближеним, менш точним. При заокругленні частина значущих цифр відкидається, або при необхідності замінюється нулями.

Якщо результат заокруглення позначити через a_1 , то абсолютна величина різниці $|a - a_1|$ називається похибкою заокруглення. Число a_1 вибирають так, щоб ця похибка була найменшою.

Сформулюємо правила, яких слід дотримуватись при заокругленні чисел (правила заокруглення з доповненням).

Якщо перша зліва із цифр, які відкидаються (або замінюються нулями):

1 Більша, ніж 5, то остання із залишених цифр збільшується на одиницю.

2 Дорівнює 5 і за нею стоять відмінні від нуля цифри, то остання із залишених цифр збільшується на одиницю.

3 Дорівнює 5 і за нею не стоять відмінні від нуля цифри, то остання із залишених цифр збільшується на одиницю, якщо вона непарна, і залишається без змін, якщо вона парна

4 Менша, ніж 5, то остання із залишених цифр не змінюється.

Правило 3 називається правилом парної цифри. Застосування цього правила до одного числа не призводить до збільшення точності обчислень. Проте при багаторазових заокругленнях надлишкові числа зустрічаються приблизно так само часто, як числа з нестачею. Тому має місце взаємна компенсація похибок і результат виявляється більш точним.

При застосуванні вище розглянутих правил заокруглення абсолютна похибка заокруглення не перевищує половини одиниці того розряду, якому належить остання залишена цифра.

Приклади (в дужках вказано правило, яке використовувалось при заокругленні): $37,83 \approx 37,8$ (4); $4,652 \approx 4,7$ (2); $578 \approx 580$ (1); $34,75 \approx 34,8$ (3); $34,85 \approx 34,8$ (3).

Існують декілька джерел похибок обчислень:

- 1 Похибки вхідних даних і спрощення моделей компонентів.
- 2 Округлення під час обчислень, локальні відсікання.
- 3 Похибки зображення чисел у комп'ютері.

Розрізняють також глобальну похибку, як різницю точного і обчисленого значень, і локальну похибку, як похибку методу, в основному обумовлену відсіканням частини ряду Тейлора, і тому обмежену значенням першого неврахованого члену цього ряду, пропорційного $O(\Delta x)^{p+1}$, де p — порядок методу обчислення.

Нехай a — точне значення величини; $\tilde{a}$ — наближене значення цієї величини, тоді

$$\varepsilon = |A - a| \text{ — абсолютна похибка,}$$

$$\delta(\tilde{a}) = \frac{\varepsilon}{|a|} \text{ — відносна похибка.}$$

Під час виконання арифметичних операцій похибки обчислень тільки накопичуються, незалежно від типу виконуваної операції:

$$\Delta(a_1 + a_2) = \Delta a_1 + \Delta a_2, \quad \delta(a_1 + a_2) = \frac{\Delta(a_1) + \Delta(a_2)}{a_1 + a_2},$$

$$\Delta(a_1 - a_2) = \Delta a_1 - \Delta a_2, \quad \delta(a_1 - a_2) = \frac{\Delta(a_1) + \Delta(a_2)}{|a_1 - a_2|},$$

$$\delta(a_1 a_2) = \delta(a_1) + \delta(a_2), \quad \delta(a_1 / a_2) = \delta(a_1) + \delta(a_2),$$

Похибки в разі обчислення функції $y = f(x)$ залежно від похибки аргументу $\Delta x = x - x_0$ оцінюються відсіканням частини ряду Тейлора, внаслідок чого одержуємо оцінку абсолютної похибки як $\Delta(f(x)) \cong |f'(x_0)| \Delta x$ і відносної похибки як $\delta[f(x_0)] \cong |f'(x) / f(x_0)| \Delta x$

Для функції багатьох аргументів $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ формула максимальної абсолютної похибки набуває такого вигляду:

$$|\Delta y| = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial y(x)}{\partial x_i} \right| |\Delta x_i|. \quad (1.1)$$

У комп'ютері числа з плаваючою комою зображуються у вигляді $a = m \cdot 10^q$, де $0,1 \leq m \leq 1$ — мантиса числа, q — його порядок. Це число m розташовується у лівому краї машинного слова і містить t розрядів.

У загальному випадку

$$\Delta m = \tilde{m} - m \leq \begin{cases} \frac{1}{2} * 10^{-t} * 10^q & (\text{округлювання}), \\ 10^{-t} * 10^q & (\text{відсікання}), \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\delta m = \frac{\frac{1}{2} * 10^{-t} * 10^q}{m * 10^q} \leq \frac{1}{2} * 10^{1-t} = u.$$

Обумовленість конкретного алгоритму C_A характеризує процес накопичення похибок під час обчислень і визначається як функція від $u = 1/2 \cdot 10^{1-t}$.

Розглядають окремо задачу прямого аналізу похибок, коли відомі: A — збурені вхідні дані та вихідні дані $B = \varphi(A)$ як результат обробки за деяким точним алгоритмом $B_t = \varphi(A_t)$, тоді $M = B_t - B$ — похибка обчислення на комп'ютері даних B , яку потрібно оцінити. Існує і задача оберненого аналізу похибок, коли відомі дані $B_t = \varphi(A_t) = \varphi(A + \varepsilon)$ як результат обробки збурених даних A за точним алгоритмом і потрібно оцінити похибки вхідних даних $\varepsilon = A_t - A$.

Приклад 1.1

Оцінимо похибку обчислення функції $y = x_1^2 - x_2$ за збурених аргументів $x_1 = 1,03 \pm 0,01$, $x_2 = 0,45 \pm 0,01$.

Згідно з формулою (1.1)

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \right| &= |2x_1| \leq 2,1, & \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \right| &= |-1| = 1, \\ \Delta y &\leq 2,1 * 0,01 + 1 * 0,01 = 0,031, \\ y &= 0,611 \pm 0,032. \end{aligned}$$

Для зменшення похибок можна використовувати більшу кількість значущих розрядів або змінювати послідовність обчислень. Останнє положення ілюструється таким прикладом випадку компенсації, коли підраховується різниця двох майже рівних чисел $\sqrt[3]{a_1} - \sqrt[3]{a_2}$, $a_1 \approx a_2$, що зумовлює більше зростання відносної похибки. Цього можна уникнути, якщо замінити алгоритм обчислень на такий:

$$\sqrt[3]{a_1} - \sqrt[3]{a_2} = \frac{a_1 - a_2}{\sqrt[3]{a_1^2} + \sqrt[3]{a_1 a_2} + \sqrt[3]{a_2^2}}.$$

Як уже наголошувалося, результат обчислень залежить не тільки від обраного алгоритму розв'язання, але і від обумовленості самої обчислювальної задачі, під якою розуміють залежність максимально можливого відхилення результату від похибок вхідних даних:

$$p = \left| \frac{\frac{|f(x + \Delta x) - f(x)|}{|f(x)|}}{\frac{\Delta x}{x}} \right|, \quad C_p = \left| \frac{\frac{f'(x)}{f(x)}}{\frac{1}{x}} \right|. \quad (1.3)$$

Прикладом погано обумовленої задачі може бути досить поширена в інженерних розрахунках задача обчислення коренів поліноміальної функції, яка дуже чутлива до точності задавання коефіцієнтів.

Приклад 1.2

Сформуємо слідом за Д. Уїлкінсоном [35] поліном 20-го порядку, задавши його корені як числа натурального ряду:

$$P(x) = (x-1)(x-2)\dots(x-20) = x^{20} - 210x^{19} + \dots + 20!.$$

Якщо зараз внести незначну похибку в коефіцієнт другого члена

$$a_{19} = 210 \Rightarrow (210 + 2^{-23}) = 210,000000119,$$

то серед коренів, знайдених за коефіцієнтами полінома, несподівано з'являться десять комплексних коренів,

Для зменшення обумовленості задачі C_p необхідно змінювати форму зображення вхідних і вихідних величин математичної задачі.

Під час реалізації практичних обчислень звичайно загальною задана похибка розподіляється по кроках обчислень, а потім на кожному кроці здійснюється контроль похибки за локальною оцінкою, оскільки точні значення глобальної похибки не відомі. Тому в процедурах чисельних методів виділяють три рівноправні частини.

1) Обчислення наближення розв'язку за рекурсивною формулою вибраного алгоритму.

2) Оцінювання похибки.

3) Управління продовженням розв'язування задачі.

Згадане управління може зводитися до зміни кроку приросту аргументів неявно заданої функціональної залежності (зокрема, часового кроку), заміни формули обчислення наближення розв'язку, зміни значень загальної заданої похибки розв'язку і допустимої кількості ітерацій. Зрозуміло, що за всіх інших умов найкращим буде розв'язок, отриманий у результаті виконання меншої кількості ітерацій. І цього можна досягти, зокрема, використовуючи так звану екстраполяцію Річардсона, яка здійснюється таким чином. Припустимо, що ми використовуємо певний алгоритм, що визначає для математичної задачі розв'язок $F(h)$, похибка якого порівняно з точним значенням a_0 , пропорційна кроку обчислення h у степені p . Якщо провести розрахунки двічі з різними кроками h і qh , то за допомогою отриманих рівнянь можна знайти точний розв'язок задачі, навіть якщо кроки обчислень будуть великими:

$$F(h) = a_0 + a_1 h^p + O(h'),$$

$$F(qh) = a_0 + a_1 (qh)^p + O(h'),$$

$$a_0 = F(h) + \frac{F(h) - F(qh)}{q^p - 1} + O(h'). \quad (1.4)$$

З формул (1.4) можна отримати значення оцінки глобальної похибки обчислень через різницю двох приблизних розв'язків з урахуванням порядку p використаного методу:

$$\varepsilon = a_0 - F(h) = \frac{F(h) - F(gh)}{q^p - 1} \quad (1.5)$$

Література

1 Фельдман, Л.П. Чисельні методи в інформатиці [Текст]: учеб.пособие/

Л.П. Фельдман, А.І. Петренко, О.А. Дмитрієва. – К.: Видавнича група ВНУ,
2006 – 480с.

2 Численные методы [Текст]: учеб. пособие / под общ. ред.

Н.И. Данилина. – 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1976 г. –192 с.

Питання для самоконтролю знань студентів

1) Які цифри називаються значущими, правильними значущими ?

Наведіть приклади.

2) Що таке заокруглення чисел ?

3) Які є правила заокруглень ? Наведіть приклади.

4) Виведіть формули для обчислення похибок арифметичних дій.

Розробив: викладач Ланська С.С.

Розглянуто та схвалено

на засіданні циклової комісії

програмної інженерії

Протокол № 4 від 17.11.2021 р

Голова комісії _____ Ланська С.С.

План самостійного вивчення теми № 2

з навчальної дисципліни «Чисельні методи»

Тема Графічні методи рішення рівнянь та систем. Відокремлення коренів.

Теорема про оцінку похибки наближеного значення кореня

Мета Ознайомитись з методами відокремлення коренів алгебраїчних та трансцендентних рівнянь

знати: принципи та методи відокремлення коренів алгебраїчних та Трансцендентних рівнянь..

вміти: відокремлювати корені алгебраїчного або трансцендентного рівняння

Час – 2 години

Навчальні питання:

2.1 Відокремлення коренів нелінійних рівнянь.

Навчальні матеріали до самостійного вивчення теми

Корінь вважається відокремленим на відрізку, якщо на ньому рівняння не має інших коренів. Є два способи відокремлення коренів: графічний та аналітичний.

Графічний метод. Якщо рівняння записане у вигляді (1), то для відокремлення коренів будують графік функції $y = f(x)$. Абсиси точок перетину графіка з віссю Ox є коренями рівняння, оскільки в цих точках $y = 0$ (див. рис. 2.1, а).

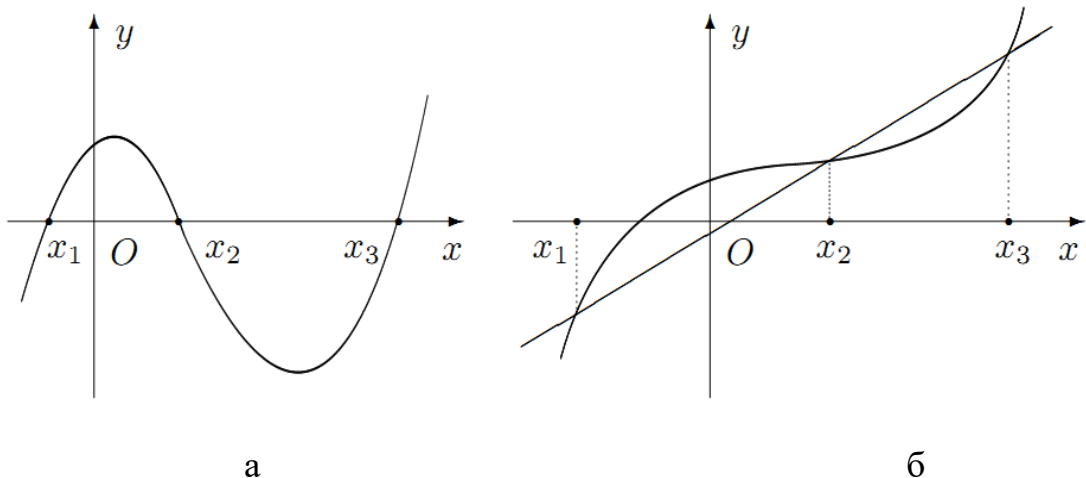


Рисунок 2.1 – Графічні методи відокремлення коренів

Тоді, коли графік функції $y = f(x)$ побудувати складно, рівняння (2.1) записують у вигляді (2.2), вибираючи функції $\tilde{A}(x)$ і $\tilde{B}(x)$ так, щоб їх графіки будувалися без особливих ускладнень. Абсциси точок перетину графіків цих двох функцій є коренями рівняння (див. рис. 2.1, б).

Для графічного методу характерна невисока точність, тому припущення про відокремлені корені, як правило, перевіряють аналітичним методом.

Аналітичний метод. Цей метод базується на деяких властивостях неперервних функцій, що вивчаються в курсі вищої математики. Сформулюємо без доведення відповідні теореми.

Теорема 1 (існування кореня). Якщо функція $f(x)$ неперервна на відрізку $[a; b]$ і приймає на кінцях цього відрізка значення різних знаків, тобто $f(a)f(b) < 0$, то всередині відрізка $[a; b]$ існує принаймні один корінь рівняння $f(x) = 0$.

Зауважимо, що при виконанні умов теореми 1 може виявитись, що на відрізку є кілька коренів. Таку ситуацію зображено на рисунку 2.1, а.

Теорема 2 (існування та єдиності кореня). Якщо функція $f(x)$ неперервна і монотонна на відрізку $[a; b]$ і приймає на кінцях цього відрізка значення різних знаків, тобто $f(a)f(b) < 0$, то всередині відрізка $[a; b]$ рівняння (2.1) має корінь, причому єдиний.

Теорема 3 (існування та єдиності кореня). Якщо функція $f(x)$ неперервна і диференційована на відрізку $[a; b]$ і приймає на кінцях цього відрізка значення різних знаків, тобто $f(a)f(b) < 0$, а похідна $f'(x)$ зберігає знак всередині відрізка $[a; b]$, то рівняння (2.1) має на проміжку $[a; b]$ корінь, причому єдиний.

Для того, щоб довести, що похідна зберігає знак всередині відрізка $[a; b]$, потрібно показати, що $[a; b]$ повністю міститься в одному з проміжків знакосталості функції $y = f(x)$.

Література

-
- 1 Фельдман, Л.П. Чисельні методи в інформатиці [Текст]: учеб.пособие/
Л.П. Фельдман, А.І. Петренко, О.А. Дмитрієва. – К.: Видавнича група ВНУ,
2006 – 480с.
-
- 2 Численные методы [Текст]: учеб. пособие / под общ. ред.
Н.И. Данилина. – 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1976 г. –192 с.
-

Питання для самоконтролю знань студентів

- 1 Що означає термін “відокремити корені рівняння” ?
- 2 Які ви знаєте методи уточнення коренів ?
- 3 Сформулюйте теореми, на яких ґрунтується аналітичний метод відокремлення коренів.

Розробив: викладач Ланська С.С.
Розглянуто та схвалено
на засіданні циклової комісії
програмної інженерії
Протокол № 4 від 17.11.2021 р
Голова комісії _____ Ланська С.С.

План самостійного вивчення теми № 3 з навчальної дисципліни «Чисельні методи»

Тема Постановка задачі. Побудова емпіричних лінійних залежностей.

Мета Ознайомитись з постановою задачі обробки експериментальних даних.

знати: постановку задачі методу обробки експериментальних даних, процес побудови емпіричних залежностей.

вміти: підбирати привільне рівняння регресії.

Час – 4 години

Навчальні питання:

3.1 Методи обробки експериментальних даних. Постановка задачі.

Навчальні матеріали до самостійного вивчення теми

3.1 Методи обробки експериментальних даних. Постановка задачі.

Постановка задачі. У процесі дослідження різних процесів природознавства, економіки, техніки тощо доводиться на основі великої кількості дослідних даних виявляти суттєві фактори, які впливають на досліджуваний об'єкт, встановлювати форму зв'язку між величинами, що описують певний процес, а також уточнювати параметри отриманих рівнянь зв'язку.

При визначенні залежностей між величинами за дослідними даними складають таблицю, у відповідності до якої підбирають формулу що приблизно виражає досліджувану залежність. Інакше кажучи знаходять функцію з добре відомого класу, значення якої близькі до значень, що знайдені у досліді.

Нехай у результаті досліджень отримано значення $y_1, y_2, \dots, y_n$ величини y , які відповідають значенням $x_1, x_2, \dots, x_n$ величини x .

Потрібно знайти аналітичний вигляд функціональної залежності $y=f(x)$, яка б пов'язувала змінні x і y та добре відображала результати дослідних даних. Сукупність точок $M_k(x_k, y_k)$ ($k = 0, 1, \dots, n$), які називаються дослідними точками, дозволяє побудувати точковий графік. З першого погляду здається, що

наступним кроком є побудова одного з інтерполяційних поліномів. Проте значення y_i знаходять експериментально, і тому ці величини вже є наближеними числами в силу неминучих похибок вимірювання. У цьому випадку задача інтерполювання табличної функції втрачає сенс, оскільки знаходити функцію, графік якої проходив би точно через точки M_k , немає потреби.

Натомість шукають таку функцію $f(x)$, значення якої при $x=x_k$ досить близькі до експериментальних значень y_k ($k=0, 1, \dots, n$).

Формулу $y=f(x)$ називають емпіричною або рівнянням регресії y на x . Емпіричні формули мають велике практичне значення, оскільки вдало підібране рівняння регресії дає змогу не тільки апроксимувати (наблизити) сукупність експериментальних даних, але й екстраполювати знайдену залежність на інші проміжки значень x .

Процес побудови емпіричних залежностей складається з двох етапів: вибір емпіричної формули і уточнення коефіцієнтів вибраного рівняння регресії.

Вдало вибрати емпіричну формулу не завжди просто. Універсального методу здійснення цього кроку не існує. Як правило, користуються графічним способом. Для цього на площині будують точковий графік з точок $M_k(x_k; y_k)$ ($k=0, 1, \dots, n$). Відтак проводять плавну криву якомога ближче до всіх даних точок, причому так, щоб дослідні дані розміщувалися з обох боків цієї кривої. Після цього візуально визначають, графік якої відомої функції найбільш подібний до побудованої кривої.

Встановивши вигляд емпіричної формули, треба знайти чи уточнити її коефіцієнти. Для цього існує ряд методів, наприклад, метод вибраних точок, метод середніх. Проте найточніші значення коефіцієнтів емпіричної формули можна знайти за методом найменших квадратів.

Література

1 Фельдман, Л.П. Чисельні методи в інформатиці [Текст]: учеб.пособие/
Л.П. Фельдман, А.І. Петренко, О.А. Дмитрієва. – К.: Видавнича група ВНУ,
2006 – 480с.

2 Численные методы [Текст]: учеб. пособие / под общ. ред.
Н.И. Данилина. – 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1976 г. –192 с.

Питання для самоконтролю знань студентів

- 1 Чому інтерполювання функції не можна вважати методом обробки експериментальних даних ?
- 2 Дайте означення рівняння регресії y на x .

Розробив: викладач Ланська С.С.

Розглянуто та схвалено

на засіданні циклової комісії

програмної інженерії

Протокол № 4 від 17.11.2021 р

Голова комісії _____ Ланська С.С.

План самостійного вивчення теми № 4 з навчальної дисципліни «Чисельні методи»

Тема Інтегрування звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) за допомогою степеневих рядів

Мета Ознайомитись з використанням степеневих рядів в інтегруванні ЗДР

знати: методику використання степеневих рядів в розв'язуванні ЗДР

вміти: розв'язувати ЗДР за допомогою степеневих рядів

Час – 2 години

Навчальні питання:

4.1 Інтегрування ЗДР за допомогою степеневих рядів

Навчальні матеріали до самостійного вивчення теми

Цей метод відноситься до чисельно-аналітичних. Для побудови наближеного розв'язку $y(x)$ у точці $x = x_0 + h$ використовується відрізок ряду Тейлора для функції $u(x)$ в околі початкової точки $x = x_0$.

$$\begin{cases} \frac{du}{dx} = f(x, y) \\ u(x_0) = u_0 \end{cases} \quad (4.1)$$

Необхідні для цього значення похідних функції $u(x)$ у точці $x = x_0$ знаходять безпосереднім диференціюванням правої частини $f(x, u(x))$ ЗДР (4.1) за змінною x . Перехід від точки x_i до точки $x_{i+1} = x_i + h$, $i = 0, 1, \dots$, здійснюється, як правило, за одними й тими самими формулами. Наприклад, використовуючи відрізок із двох членів ряду Тейлора, наближеному розв'язку надамо вигляду

$$y(x_i + h) = y(x_i) + h \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_i} = y(x_i) + hf(x_i, y(x_i)). \quad (4.2)$$

Якщо ж використати відрізок із трьох членів ряду Тейлора, наближений розв'язок стане таким:

$$y(x_i + h) = y(x_i) + hf(x_i, y(x_i)) + \frac{h^2}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} + f \frac{\partial f}{\partial u} \right)_{x=x_i}.$$

Примітка. Побудова наближеного розв'язку за формулою (4.2) ще відома як метод ламаних (або метод Эйлера).

Література

-
- 1 Фельдман, Л.П. Чисельні методи в інформатиці [Текст]: учеб.пособие/
Л.П. Фельдман, А.І. Петренко, О.А. Дмитрієва. – К.: Видавнича група ВНУ,
2006 – 480с.
-
- 2 Численные методы [Текст]: учеб. пособие / под общ. ред.
Н.И. Данилина. – 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1976 г. –192 с.
-

Питання для самоконтролю знань студентів

1 .

Розробив: викладач Ланська С.С.
Розглянуто та схвалено
на засіданні циклової комісії
програмної інженерії
Протокол № 4 від 17.11.2021 р
Голова комісії _____ Ланська С.С.

Критерії оцінювання роботи студента
над темою для самостійного вивчення.

В результаті роботи над темою для самостійного вивчення студент повинен надати письмову роботу, яка містить:

- конспект теми;
- відповіді на питання для самоконтролю знань студентів, надані в плані самостійного вивчення теми.

Згідно з розробленою Модульно – рейтинговою системою оцінювання успішності студентів з дисципліни «Чисельні методи», максимальна кількість балів, яку може отримати студент за роботу над темою самостійного вивчення, дорівнює 2.

Критерії оцінювання та система нарахування балів за виконання завдань наведено у таблиці № 1:

Таблиця № 1

<i>Види завдань</i>	<i>Кількість балів</i>	<i>Критерії оцінювання виконання завдання</i>	<i>Максимальна кількість балів</i>
Конспект теми	1	Конспект теми повний, логічно-послідовний. Студент зумів виділити та опрацювати основні положення теми, виділені в плані самостійного вивчення теми.	1
	0,75	Конспект повний, але при цьому допущені невеликі пропуски, що не спотворили логічного і інформаційного змісту теми.	
	0,5	Конспект неповно або непослідовно розкриває зміст матеріалу теми, але в конспекті виділені основні положення теми.	
	0,25	Конспект не розкриває основний зміст навчального матеріалу, або студент не зумів виділити та опрацювати основні положення теми.	

Продовження таблиці № 1

<i>Види завдань</i>	<i>Кількість балів</i>	<i>Критерії оцінювання виконання завдання</i>	<i>Максимальна кількість балів</i>
Відповіді на контрольні питання	1	Студент правильно та повному об'ємі відповідає на всі контрольні питання, надані в плані самостійного вивчення теми.	1
	0,75	Студент правильно та повному об'ємі відповідає на 70% контрольних питань, наданих в плані самостійного вивчення теми.	
	0,5	Студент правильно та повному об'ємі відповідає на 50% контрольних питань, наданих в плані самостійного вивчення теми.	
	0,25	Студент правильно та в повному об'ємі відповідає не більше ніж на 30% контрольних питань, наданих в плані самостійного вивчення теми.	
Разом			2

Відповідність кількості набраних студентом балів оцінці за 4 – бальною шкалою оцінювання наведена в таблиці № 2.

Таблиця № 2

Бальна	Національна
1,8-2	відмінно
1,5-1,7	добре
1,2-1,45	задовільно
0-1,2	незадовільно